ارة التربية — العام الدراسي ٢٠١٦-٢٠١٧

دارة العامة لمنطقة مبارك الكبير التعليمية — المادة رياضيات

مراجعة

نموذج اختبار نهاية الفصل الدراسي الأول

الصف الثاني عشر علمي (نموذج إجابة)

القسم الأول : (الأسئلة المقالية)

أجب عن الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل فى كل منها :

سؤال الأول :

) أوجد ان امكن $\lim_{x\to 1}\frac{|x-1|}{x^2-1}$

صيغة غير معينة — ويض المباشر في كل من البسط والمقام نحصل على

$-(x-1)$ $\quad x-1$

1

$$\frac{|x-1|}{x^2-1}=\begin{cases}\frac{x-1}{(x-1)(x+1)} & :x>1\\ \frac{-(x-1)}{(x-1)(x+1)} & :x<1, x\neq -1\end{cases}$$

$$=\begin{cases}\frac{1}{x+1} & :x>1\\ \frac{-1}{x+1} & :x<1\end{cases}, x\neq 1$$

ن lim المقام

$\lim_{x\to 1^+}\frac{1}{x+1}$ $\quad\Big|\quad \frac{\lim_{x\to 1^+}1}{\lim_{x\to 1^+}(x+1)}=\frac{1}{2}\quad\Big|\quad \lim_{x\to 1^-}\frac{-1}{x+1}=-\frac{1}{2}$

$\lim_{x\to 1^+}(x+1)=2\neq 0$

غير موجوده

$\because \lim_{x\to 1^+}\frac{|x-1|}{x^2-1}\neq\lim_{x\to 1^-}\frac{|x-1|}{x^2-1}$ $\qquad \therefore \lim_{x\to 1}\frac{|x-1|}{x^2-1}$

Scanned by CamScanner

(ب) أوجد القيم القصوى المطلقة للدالة f فى الفترة [3 ، 0]

$$F(x) = 2x^2 - 8x + 9$$

الحل: الدالة كثيرة حدود متصلة على [3 ، 0]

نوجد قيم الدالة عند النقاط الطرفية

$$F(0) = 2(0)^2 - 8(0) + 9 = 9$$

$$F(3) = 2(3)^2 - 8(3) + 9 = 3$$

$$\dot{F}(x) = 4x - 8$$

$$\dot{F}(x) = 0$$

$$\dot{F}(x) = 4X - 8 = 0$$

$$X = 2 \in (0, 3)$$

$$F(2) = 2(2)^2 - 8(2) + 9 = 1$$

X	0	2	3
F (X)	9	1	3

للدالة قيمة عظمى مطلقة هى 9 و قيمة صغرى مطلقة هى 1

Scanned by CamScanner

السؤال الثاني :

أ) أوجد ان امكن $\lim_{x \to 2} \frac{\sqrt{2x-3}-1}{x-2}$

الحل

عند التعويض المباشر عن x ب 2 في كل من البسط والمقام نحصل على $\frac{0}{0}$ صيغة غير معينة

$$= \frac{\sqrt{2x-3}-1}{x-2} = \frac{\sqrt{2x-3}-1}{x-2} \times \frac{\sqrt{2x-3}+1}{\sqrt{2x-3}+1}$$

$$= \frac{2x-3-1}{(x-2)(\sqrt{2x-3}+1)} = \frac{2x-4}{(x-2)(\sqrt{2x-3}+1}$$

$$= \frac{2(x-2)}{(x-2)(\sqrt{2x-3}+1)} \qquad : x \neq 2$$

$$= \frac{2}{\sqrt{2x-3}+1}$$

$$\lim_{x \to 2}(2x-3) = 4-3 = 1 > 0$$

$$\lim_{x \to 2}\sqrt{2x-3} = \sqrt{\lim_{x \to 2}(2x-3)} = \sqrt{1} = 1$$

$$\lim_{x \to 2}(\sqrt{2x-3}+1) = \sqrt{\lim_{x \to 2}(2x-3)} + \lim_{x \to 2} 1 = \sqrt{1}+1 = 2 \neq 0$$

$$\therefore \lim_{x \to 2} \frac{\sqrt{2x-3}-1}{x-2} = \lim_{x \to 2} \frac{2}{\sqrt{2x-3}+1}$$

$$= \frac{\lim_{x \to 2} 2}{\lim_{x \to 2}(\sqrt{2x-3}+1)} = \frac{2}{2} = 1$$

Scanned by CamScanner

ب) ادرس اتصال الدالة f على مجالها حيث

$$f(x)=\begin{cases} x+3 & : x \le -1 \\ \dfrac{4}{x+3} & : x > -1 \end{cases}$$

الحل

$$D_f = (-\infty,-1] \cup (-1,\infty) = \mathbb{R}$$

١) ندرس اتصال الدالة على $(-\infty,-1]$

لتكن $g(x)=x+3$

الدالة g دالة كثيرة حدود متصلة متصلة على $\mathbb{R}$

$\because g(x)=f(x) \quad \forall x \in (-\infty,-1]$

$\therefore f(x)=x+3$ متصلة على $(-\infty,-1]$

٢) ندرس اتصال الدالة على $(-1,\infty)$

لتكن $h(x)=\frac{4}{x+3}$

الدالة h دالة حدودية نسبية متصله لكل $x \in \mathbb{R}-\{-3\}$

$\because h(x)=f(x) \quad \forall x \in (-1,\infty)$

$\therefore f(x)=\dfrac{4}{x+3}$ متصلة على $(-1,\infty)$

٣) ندرس اتصال الدالة عند x = -1 من اليمين

$$f(-1) = -1+3 = 2$$

$$\lim_{x\to -1^+} f(x) = \lim_{x\to -1^+} \frac{4}{x+3} = \frac{4}{2} = 2 \quad : -1+3=2 \neq 0$$

$$\therefore f(-1) = \lim_{x\to -1^+} f(x)$$

الدالة متصلة عند $x=1$

من ١ ، ٢ ، ٣

الدالة متصلة على الفترة

$$(-\infty,\infty)$$

Scanned by CamScanner

السؤال الثالث :

أ) أوجد ميل المماس للمنحنى $2y = x^2 + \sin y$ عند النقطة $(2\sqrt{\pi}\ ،\ 2\pi)$

نشتقّ طرفي المعادلة بالنسبة إلى x.

$$\frac{d}{dx}(2y) = \frac{d}{dx}(x^2 + \sin y)$$

$$2\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(x^2) + \frac{d}{dx}(\sin y)$$

$$2\frac{dy}{dx} = 2x + (\cos y)\frac{dy}{dx}$$

$$2\frac{dy}{dx} - (\cos y)\frac{dy}{dx} = 2x$$

$$\frac{dy}{dx}(2 - \cos y) = 2x$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2x}{2 - \cos y}$$

$$\left.\frac{dy}{dx}\right|_{(2\sqrt{\pi}, 2\pi)} = \frac{2(2\sqrt{\pi})}{2 - \cos(2\pi)}$$

$$= \frac{4\sqrt{\pi}}{2 - 1} = 4\sqrt{\pi}$$

ميل المماس للمنحنى عند النقطة $(2\sqrt{\pi}, 2\pi)$ هو $4\sqrt{\pi}$

(ب) أوجد $f(x) = \sin^3 x$ مشتقة باستخدام قاعدة السلسلة

الحل

$$g(x) = \sin x \ , h(x) = x^3$$

$$\therefore f(x) = (hog)(x)$$

$$f'(x) = (hog)'(x)$$

$$= h'(g(x)) \cdot g'(x)$$

$$= 3\sin^2 x \cdot \cos x$$

$$f' = 3\sin^2 x \cos x$$

$$g'(x) = \cos x$$

$$h'(x) = 3x^2$$

$$h'(g(x)) = h'(\sin x)$$

$$= 3(\sin x)^2 = 3\sin^2 x$$

Scanned by CamScanner

سؤال الرابع :

أ) أخذت عينة عشوائية من مجتمع طبيعي حجمها $n = 81$ ومتوسطها الحسابي $\bar{x} = 50$ وانحرافها معياري $s = 9$ باستخدام مستوى ثقة 95%

(١) أوجد هامش الخطأ .

(٢) أوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الاحصائي μ .

(٣) فسر فترة الثقة .

حل

حجم العينة $n = 81$ ، المتوسط الحسابي $\bar{x} = 50$

الانحراف المعياري $S = 9$ ، مستوى الثقة 95%

(١) $Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$

∵ σ غير معلوم ، $n = 81 > 30$

$$\therefore E = Z \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}$$

$$= 1.96 \cdot \frac{9}{\sqrt{81}} = 1.96$$

∴ هامش الخطأ = 1.96

(٢) فترة الثقة : $(\bar{x} - E , \bar{x} + E) = (50 - 1.96 , 50 + 1.96)$

$$= (48.1 , 51.96)$$

(٣) التفسير

عند اختيار 100 عينة عشوائية ذات الحجم نفسه ، وحساب حدود فترة الثقة لكل عينة فإننا نتوقع أن 95 فترة تحوي القيمة الحقيقية للمتوسط الحسابي μ

Scanned by CamScanner

(ب) ادرس تغير الدالة : $f(x) = 3x^4 + 4x^3 + 2$ وارسم بيانها .

الحل ∵ f دالة كثيرة حدود مجالها R

نوجد النهايات عند الحدود المفتوحة :

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty} 3x^4 = \infty$$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} 3x^4 = \infty$$

نوجد النقط الحرجة للدالة f f دالة كثيرة الحدود قابلة للاشتقاق على مجالها

$$f'(x) = 12x^3 + 12x^2 = 12x^2(x+1)$$

نضع $f'(x) = 0$

$$x = 0 \quad , \quad x = -1$$

النقطتان $(-1,1),(0,2)$ نقطتان حرجتان $f(-1) = 1$, $f(0) = 2$

نكون جدول دراسة اشارة f'

	-∞	-1	0	∞
الفترات	(-∞,-1)	(-1,2)	(2,∞)	
اشارة f'	---	+++	+++	
سلوك f	↘	↗	↗	

منحنى الدالة متزايد ةعلى الفترة (-1, 0) ومتناقصة على الفترة (-1, -∞) والفترة (0,∞)

$$f''(x) = 36x^2 + 24x$$

نضع $f''(x) = 0$

$$x = 0 \quad , \quad x = -\frac{2}{3}$$

نكون جدول دراسة اشارة f''

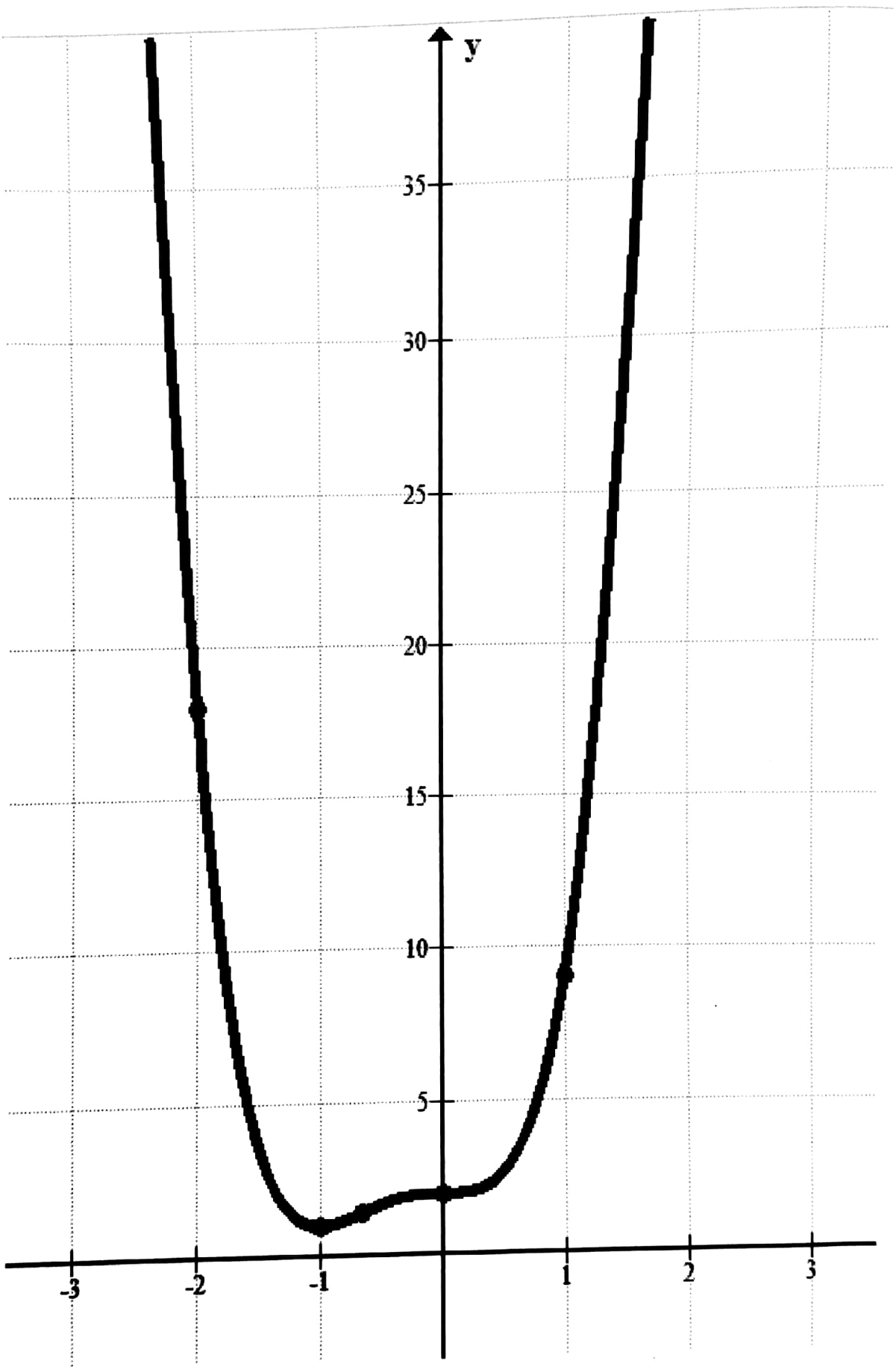
	-∞	$\frac{-2}{3}$	0	∞
الفترات	$(-\infty,\frac{-2}{3})$	(-1,2)	(2,∞)	
اشارة f''	+++	---	+++	
التقعر	∪	∩	∪	

(0,2) و $\left(\frac{-2}{3},\frac{38}{27}\right)$ نقطتي انعطاف

x	-2	-1	$\frac{-2}{3}$	0	1
F(x)	18	1	$\frac{38}{27}$	2	9

نقاط اضافية

Scanned by CamScanner



Scanned by CamScanner

رقم السؤال	إجابات الأسئلة الموضوعية			
1	a	●	c	d
2	●	b	c	d
3	a	b	●	d
4	●	b	c	d
5	a	b	c	●
6	a	b	c	●
7	a	●	c	d
8	a	b	●	d
9	a	b	c	●
10	a	b	c	d

Scanned by CamScanner