مراجعة ٢م محمد

دولة الكويت

وزارة التربية

امتحان نهاية الفترة الدراسية الثانية للصف الثاني عشر علمي 2016 / 2017 م

المجال الدراسي : الرياضيات الزمن : ساعتان و 45 دقيقة الأسئلة في 10 صفحات

14

أولا : أسئلة المقال

السؤال الأول : (a) أوجـــد (إن أمكن) :

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x+5}{\sqrt{x^2+2x-5}}$$

8

$$\frac{x+5}{\sqrt{x^2+2x-5}} = \frac{x\left(1+\frac{5}{x}\right)}{\sqrt{x^2\left(1+\frac{2}{x}-\frac{5}{x^2}\right)}} = \frac{x\left(1+\frac{5}{x}\right)}{|x|\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{5}{x^2}}}$$

$\because x\to\infty \quad \therefore |x|=x$

$$\frac{\cancel{x}\left(1+\frac{5}{x}\right)}{\cancel{x}\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{5}{x^2}}} \qquad x\neq 0$$

$$\lim_{x\to\infty} 1+\frac{2}{x}-\frac{5}{x^2} = \lim_{x\to\infty} 1 + \lim_{x\to\infty}\frac{2}{x} - \lim_{x\to\infty}\frac{5}{x^2} = 1+0-0 = 1 > 0$$

$$\therefore \lim_{x\to\infty}\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{5}{x^2}} = \sqrt{\lim_{x\to\infty} 1+\frac{2}{x}-\frac{5}{x^2}} = \sqrt{1} = 1 \neq 0$$

$$\therefore \lim \frac{x+5}{\ldots} \qquad \lim_{x\to\infty} 1+\frac{5}{x} = \lim 1 + \lim_{x\to\infty}\frac{5}{x}$$

$$\acute{F}_{+}(1) = \lim_{x \to 1^+} \frac{3(\cancel{x-1})}{(\cancel{x-1})} \quad , x \neq 1$$

$$\acute{F}_{+}(1) = \lim_{x \to 1^+} 3 = \boxed{3}$$

$\because \acute{F}_{-}(1) \neq \acute{F}_{+}(1) \Rightarrow \acute{F}(1)$ غيرموجودة

$\therefore$ عند $X = 1$ توجد نقطة حرجه وهي $(1, 2)$ $* \longleftarrow$

عندما $\acute{F}(x) = 0$

$\because \acute{F}(x) = 2x \quad ; \quad x \in (-\infty, 1)$

$\therefore 2x = 0 \Rightarrow x = 0 \quad , 0 \in (-\infty, 1)$

$\therefore$ عند $X = 0$ توجد نقطة حرجه وهي $(0, 1)$ $** \longleftarrow$

$\because \acute{F}(x) = 3 \quad : x \in (1, \infty)$

$\therefore \forall x \in (1, \infty) \Longrightarrow \acute{F}(x) \neq 0$

$\therefore$ لاتوجد نقاط حرجه في هذه الفتره

Scanned by CamScanner

السؤال الثاني :

(b) ادرس تغير الدالة f : $f(x) = 3x^4 + 4x^3 + 2$ ثم ارسم بيانها 8

$D_f = \mathbb{R}$

$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty} (4x^3) = +\infty$

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} (4x^3) = +\infty$

$f'(x) = 12x^3 + 12x^2$

$f'(x) = 0 \longrightarrow 12x^3 + 12x^2 = 0$

$12x^2(x+1) = 0$

$x = 0 \qquad x = -1$

$f(0) = 2 \qquad f(-1) = 1$

∴ النقاط الحرجة هي $(0,2)$ ، $(-1,1)$

	$-\infty$ -1	0	∞
اشارة f'	$- - -$	$+ + +$	$- - - -$
سلوك f	متناقص ↘	متزايد ↗	متناقص ↘

الدالة متناقصة على $(-1,-\infty)$ ، متزايدة على $(-1,0)$ و $(0,\infty)$

$f''(x) = 36x^2 + 24x$

$f''(x) = 0 \longrightarrow 36x^2 + 24x = 0$

$12x(3x+2) = 0$

$x = 0 \qquad x = -\frac{2}{3}$

$f(0) = 2 \qquad f(-\frac{2}{3}) = \frac{38}{27}$

$-\infty \qquad -\frac{2}{3}$

السؤال الأول :

6

b) أوجد معادلة المستقيم العمودي للمنحنى الذي معادلته : $f(x) = \dfrac{x^3 + 1}{x^2 + 2}$

عند النقطة $\left(1 , \frac{2}{3}\right)$

$$f'(x) = \frac{(x^2+2)(3x^2) - (x^3+1)(2x)}{(x^2+2)^2} = \frac{x^4+6x^2-2x}{(x^2+2)^2}$$

ميل المماس $= f'(1) = \dfrac{(1)^4+6(1)^2-2(1)}{((1)^2+2)^2} = \dfrac{5}{9}$

$\therefore$ ميل العمودي $= \dfrac{-1}{f'(1)} = \dfrac{-9}{5}$

معادلة العمودي

$$y - f(a) = \frac{-1}{f'(a)}(x-a)$$

$$y - \frac{2}{3} = \frac{-9}{5}(x-1)$$

$$y = -\frac{9}{5}x + \frac{37}{15}$$

14

السؤال الثاني : (a) أوجـــد (إن أمكن) :

$$\lim_{x\to 0} \frac{x\sin x - x^2}{3x^2}$$

6

$$= \lim_{x\to 0} \frac{x\sin x}{3x^2} - \lim_{x\to 0} \frac{x^2}{3x^2}$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{3x} - \lim_{x\to 0} \frac{1}{3} \qquad x \neq 0$$

$$= \frac{1}{3} - \frac{1}{3} = 0$$

الثالث : (a) لتكن f : $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x}$.

7

أوجـد مجال الدالة f ثم ادرس اتصال الدالة f على $[-5,0]$

$f(x) = \sqrt{g(x)}$

$D_f = \{x ; g(x) \geq 0\}$

$x^2 - 2x \geq 0$

$x^2 - 2x = 0$

$x(x-2) = 0$

$x = 0 \qquad x = 2$

$+ + + \quad 0 \quad - - \quad 2 \quad + +$

$D_f = R - (0,2)$

$g(x) \geq 0 \qquad \forall x \in R - (0,2)$

$\because$ $[-5,0]$ مجموعة جزئية من $R - (0,2)$

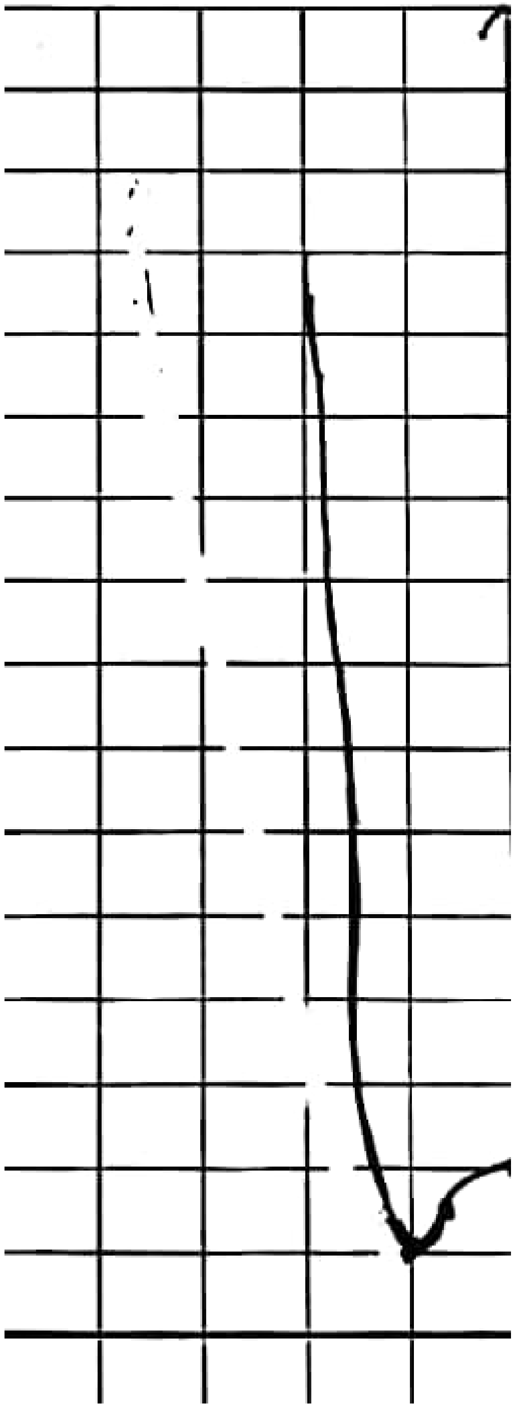
$\therefore g(x) \geq 0 \qquad \forall x \in [-5,0]$ ----- (1)

الدالة $g(x) = x^2 - 2x$ دالة متصلة على $[-5,0]$ .... (2)

من (1) ، (2)

$\therefore$ f متصلة على $[-5,0]$

Scanned by CamScanner



ثانيا: في البنود من (3) إلى (10) لكل بند أربعة إجابات واحدة فقط صحيحة ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة.

(3) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{\sqrt{x}-1}{x-1} =$

(a) -1 (b) 1 (c) $\dfrac{1}{2}$ (d)

(4) لتكن الدالة f : $x \neq 0$, $f(x)=x^2+3$ ، الدالة g : $g(x)=\dfrac{x}{x-3}$ ، فإن: $(gof)(x)$ تساوي

(a) $\dfrac{x^2}{x^2-3}$ (b) $\dfrac{x^2+3}{x^2}$ (c) $\dfrac{x^2}{x^2+3}$ (d) $\dfrac{x^2-3}{x^2}$

(5) إن القيمة الحرجة $z_{\frac{\alpha}{2}}$ لدرجة الثقة 96.6% هي :

(a) 2.12 (b) 2.17 (c) 21.2 (d) 21

(6) لتكن الدالة f : $f(x)=-x^2+7x+1$

(a) لمنحنى f نقطة انعطاف

(b) لمنحنى f قيمة عظمى محلية

(c) لمنحنى f قيمة عظمى محلية

(d) منحنى f مقعر للأعلى

رقم السؤال	الإجابة			
(1)	a	b		
(2)	a	b		
(3)	a	b	c	d
(4)	a	b	c	d
(5)	a	b	c	d
(6)	a	b	c	d
(7)	a	b	c	d
(8)	a	b	c	d
(9)	a	b	c	d
(10)	a	b	c	d

الرابع :

$\boxed{7}$ a) أوجد أقصر مسافة بين النقطة $P(x,y)$ على المنحنى الذي معادلته : $y^2 - x^2 = 16$ والنقطة $Q(6,0)$.

$$y^2 - x^2 = 16$$
$$y^2 = x^2 + 16$$

$$PQ = \sqrt{(x-6)^2 + (y-0)^2}$$
$$PQ = \sqrt{(x-6)^2 + y^2}$$
$$PQ = \sqrt{x^2 - 12x + 36 + x^2 + 16}$$

نفرض أن دالة المسافة هي

$$F(x) = \sqrt{2x^2 - 12x + 52}$$
$$= (2x^2 - 12x + 52)^{\frac{1}{2}}$$

$$F'(x) = \frac{1}{2}(4x-12)(2x^2-12x+52)^{-\frac{1}{2}} = \frac{2x-6}{\sqrt{2x^2-12x+52}}$$

$$F'(x) = 0 \Rightarrow 2x - 6 = 0 \Rightarrow x = 3$$

أصفار المقام : $2x^2 - 12x + 52 = 0$

$$\Delta = (-12)^2 - 4(2)(52) = -272 < 0$$

لا يوجد أصفار المقام .

نكون جدول التغير :

x	$-\infty$	3	∞
$F'(x)$	$-\ -$		$+\ +$
$F(x)$	$\searrow$		$\nearrow$

أقصر مسافة بين النقطتين P ، Q هي عند $x=3$

$$F(3) = \sqrt{18 - 36 + 52} = \sqrt{34}$$

السؤال الرابع :

7

ب) إذا كانت : $s = 1.79$, $\bar{x} = 37.2$, $n = 80$

اختبر الفرض بأن $\mu = 37$ عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$

① صياغة الفروض : $H_0: \mu = 37$ مقابل $H_1: \mu \neq 37$

② س غير معلومة ، $n > 30$ ،

∴ نستخدم المقياس الإحصائي Z :

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

$$Z = \frac{37.2 - 37}{\frac{1.79}{\sqrt{80}}} = 0.999$$

③ تحديد مستوى المعنوية α : $\because \alpha = 0.05 \longrightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.025$ ∴

$$Z_{0.025} = 1.96$$

④ منطقة القبول هي $(-1.96 \, , 1.96)$

⑤ اتخاذ القرار الإحصائي :

$\because 0.999 \in (-1.96 \, , 1.96)$

∴ القرار بقبول فرض العدم ، $\mu = 37$.